

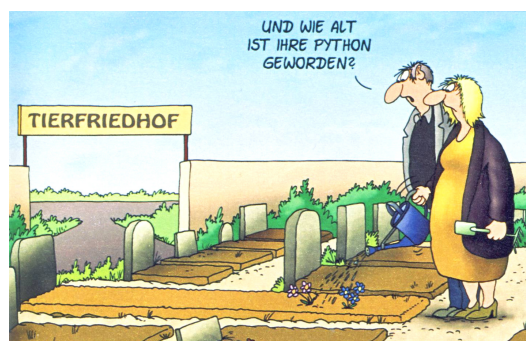
**Klasse B12T5**  
**2. Schulaufgabe aus der Mathematik am 4.2.2010**

**Analysis**

- 1.0 Gegeben ist die reelle Funktion  $f_a : x \mapsto \frac{x^2 + ax - a}{x^2}$ ;  $a \in \mathbb{R}$  mit ihrer maximalen Definitionsmenge.
- 1.1 Untersuchen Sie die Art der Definitionslücke sowie Anzahl und Vielfachheit der Nullstellen von  $f_a$  in Abhängigkeit von  $a$ . Geben Sie im Falle einer stetig behebbarer Definitionslücke den Funktionsterm  $f^*$  in möglichst einfacher Form an. [9]
- 1.2 Zeigen Sie, dass jeder Graph der Funktion  $f_a$  für  $a > 0$  die selben Asymptoten besitzt, und dass jeder Graph eine dieser Asymptoten im selben Punkt A schneiden. [5]
- 1.3 Für  $a > 0$  gilt:  $f'_a(x) = \frac{2a - ax}{x^3}$ . (Berechnung nicht erforderlich !)
- Bestimmen Sie **für  $a > 0$**  Art und Koordinaten des relativen Extrempunktes E, sowie die Abszisse  $x_w$  des Wendepunktes des Graphen von  $f_a$ . [7]
- 1.4 Die reelle Funktion  $h_a$  ist gegeben durch  $h_a(x) = \frac{1}{f'_a(x)}$  mit  $a > 0$ .
- Geben Sie Lage und Vielfachheit der Nullstelle und der Polstelle von  $h_a$ . Begründen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse das Grenzwertverhalten von  $h_a$  bei der rechtsseitigen Annäherung an die Polstelle, sowie die Existenz und Lage des relativen Extremums von  $h_a$ . [5]
- 1.5 **Nun sei  $a = 8$ .**
- Geben Sie die Koordinaten sämtlicher berechneter Punkte an. Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Graph von  $f_8$  und die Asymptoten in das vorhandene Koordinatensystem. [6]

**Analytische Geometrie**

- 2.0 In einem kartesischen Koordinatensystem ist die Geradenschar  $g_a : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ a+2 \end{pmatrix}$  mit  $a, \lambda \in \mathbb{R}$ ,
- sowie die Punkte  $A(10;0;0)$ ,  $B(0;5;0)$  und  $C(0;0;5)$  gegeben.
- 2.1 Untersuchen Sie, ob es Geraden  $g_a$  der Schar gibt, die echt parallel zur Gerade  $h = AB$  verlaufen. [5]
- 2.2 Der Punkt C wird an der Geraden  $h = AB$  gespiegelt.  
 Ermitteln Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes  $C^*$ . [Ergebnis  $C^*(4;8;-5)$ ] [5]
- 2.3 Untersuchen Sie, ob das Viereck  $AC^*BC$  eine Raute ist. [3]
- 2.4 Berechnen Sie den Innenwinkel  $\alpha$  (bei Punkt A) und die Maßzahl F des Flächeninhalts des Vierecks  $AC^*BC$ . [5]
- 2.5 Untersuchen Sie, ob es Geraden  $g_a$  der Schar gibt, die senkrecht auf der durch das Viereck  $AC^*BC$  festgelegten Ebene stehen. [3]
- 2.6 Die Punkte A und C legen zusammen mit dem Koordinatenursprung eine Ebene E fest. Geben Sie eine Koordinatengleichung dieser Ebene an. Begründen Sie ohne Rechnung, ob eine der Schargeraden  $g_a$  mehr als einen Schnittpunkt mit der Ebene E haben kann. [3]



Klasse B12T5  
 2. Schulaufgabe aus der Mathematik am 4.2.2010

Name: .....

NP
----

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	Summe
											BE

